

XI. – OTÁČIVÉ ÚČINKY SÍLY

PÁKA:

JEDNODUCHÉ STROJE = Taková technická zařízení, která nám práci sice usnadní, ale neušetří.

PÁKA = Jednoduchý stroj, jehož podstatou je tyč volně otáčivá kolem osy.

OTÁČIVÝ ÚČINEK SÍLY NA PÁKU ZÁVISÍ:

- Na velikosti a směru působící síly F
- Na rameni a (vzdálenost působíště síly od osy otáčení)



DRUHY PÁK:

| PÁKA JEDNOZVRATNÁ | PÁKA DVOJZVRATNÁ |
|--|--|
| Síly působí na stejné straně od osy otáčení a mají opačný směr . | Síly působí na opačných stranách od osy otáčení a mají stejný směr . |
| | |
| Příklad uplatnění: | Příklad uplatnění: |
| PÁKA ROVNORAMENNÁ | PÁKA NEROVNORAMENNÁ |
| Ramena obou sil jsou stejně dlouhá. | Ramena obou sil nejsou stejně dlouhá. |
| Příklad uplatnění: | Příklad uplatnění: |

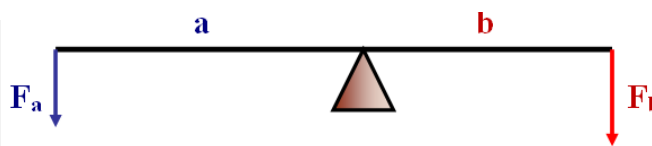
MOMENT SÍLY, ROVNOVÁHA NA PÁCE:

MOMENT SÍLY = Součin velikosti síly a délky ramene síly:

$$M_a = F_a \cdot a$$

$$M_b = F_b \cdot b$$

Jednotkou momentu síly vzhledem k ose je NEWTONMETR [Nm].



Působí-li na páku síla o velikosti 1 N při délce ramene síly 1 metr, je moment síly roven právě 1 Nm.

ROVNOVÁHA NA PÁCE nastane, jestliže součin velikosti síly a ramene síly na levé straně je roven součinu velikosti síly a ramene síly na pravé straně:

$$M_a = M_b$$

⇒

$$F_a \cdot a = F_b \cdot b$$

ROVNOVÁHA NA PÁCE – VÝPOČTY:

PŘÍKLAD-1

Učebnice F6 (Jáchim, Tesař), str. 52 – výkladový příklad 1

Mírek, který má hmotnost **35 kg**, a Petr s hmotností **42 kg** se chtějí příjemně houpat. Petr si sedl na pravou stranu houpačky **2 m** od osy otáčení.

Do jaké vzdálenosti od osy otáčení si musí na levé straně houpačky sednout Mírek?

$$m_1 = 35 \text{ kg} \rightarrow F_1 = 350 \text{ N}$$

$$m_2 = 42 \text{ kg} \rightarrow F_2 = 420 \text{ N}$$

$$a_2 = 2 \text{ m}$$

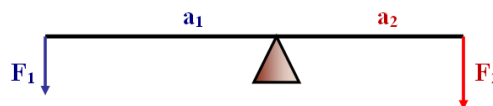
$$a_1 = ?$$

$$F_1 \cdot a_1 = F_2 \cdot a_2$$

$$350 \cdot a_1 = 420 \cdot 2$$

$$a_1 = 840 : 350$$

$$a_1 = \mathbf{2,4 \text{ m}}$$



Mírek si musí sednout do vzdálenosti 2,4 metru od osy otáčení.

PŘÍKLAD-2

Učebnice F6 (Jáchim, Tesař), str. 53 – výkladový příklad 2

Jakou silou působí skokanské prkno na upevnění, na jehož druhém konci stojí chlapec o hmotnosti **50 kg**?

Víme, že prkno je dlouhé **3,75 m** a je podepřeno ve vzdálenosti **1,25 m** od upevnění.

$$m_1 = 50 \text{ kg} \rightarrow F_1 = 500 \text{ N}$$

$$a_2 = 1,25 \text{ m}$$

$$a_1 = 3,75 - 1,25 = 2,5 \text{ m}$$

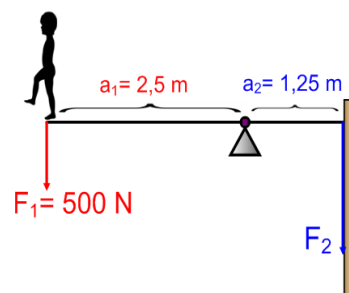
$$F_2 = ?$$

$$F_1 \cdot a_1 = F_2 \cdot a_2$$

$$500 \cdot 2,5 = F_2 \cdot 1,25$$

$$F_2 = 1\,250 : 1,25$$

$$F_2 = \mathbf{1\,000 \text{ N}}$$



Skokanské prkno působí na upevnění silou 1 000 N.

PŘÍKLAD-3

Učebnice F6 (Jáchim, Tesař), str. 53, cv. 1

Jakou silou působí člověk na držadlo kolečka, jestliže na korbě je ve vzdálenosti **70 cm** od osy kola kámen o hmotnosti **50 kg** a držadla jsou ve vzdálenosti **175 cm** od osy kola?

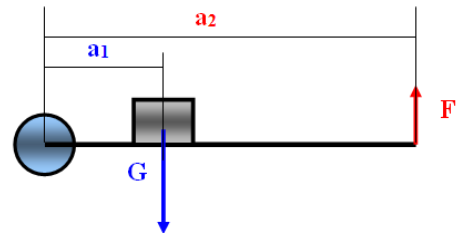
$$a_1 = 70 \text{ cm} = 0,7 \text{ m}$$

$$a_2 = 175 \text{ cm} = 1,75 \text{ m}$$

$$m = 50 \text{ kg} \rightarrow G = 500 \text{ N}$$

$$F = ?$$

$$\begin{aligned} G \cdot a_1 &= F \cdot a_2 \\ 500 \cdot 0,7 &= F \cdot 1,75 \\ F &= 350 : 1,75 \\ F &= \mathbf{200 \text{ N}} \end{aligned}$$



Člověk působí na držadlo kolečka silou 200 N.

PŘÍKLAD-4

Učebnice F6 (Jáchim, Tesař), str. 53, cv. 2

Jaká síla působí na ořech v louskáčku, jestliže ořech je ve vzdálenosti **3 cm** od kloubu louskáčku a ruka působí ve vzdálenosti **15 cm** od kloubu louskáčku silou **30 N**?

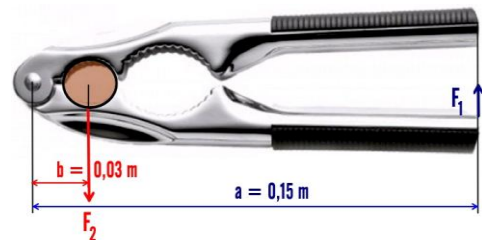
$$a = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$b = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$$

$$F_1 = 30 \text{ N}$$

$$F_2 = ?$$

$$\begin{aligned} F_1 \cdot a &= F_2 \cdot b \\ 30 \cdot 0,15 &= F_2 \cdot 0,03 \\ 4,5 &= 0,03 \cdot F_2 \quad /: 0,03 \\ F_2 &= \mathbf{150 \text{ N}} \end{aligned}$$



Na ořech v louskáčku působí síla 150 N.

PŘÍKLAD-5

Učebnice F6 (Jáchim, Tesař), str. 53, cv. 3

Jakou silou působí vidlice řadicí páky na ozubená kolečka v převodovce, jestliže délka řadicí páky od osy otáčení je **20 cm** a ruka na ni působí silou **10 N**?

Vidlice posouvající ozubená kolečka (druhé rameno páky) je dlouhá **4 cm**.

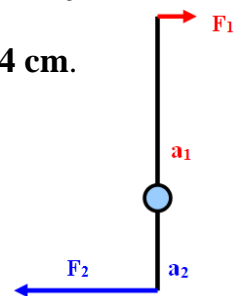
$$a_1 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$a_2 = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$$

$$F_1 = 10 \text{ N}$$

$$F_2 = ?$$

$$\begin{aligned} F_1 \cdot a_1 &= F_2 \cdot a_2 \\ 10 \cdot 0,2 &= F_2 \cdot 0,04 \\ 2 &= F_2 \cdot 0,04 \quad /: 0,04 \\ F_2 &= \mathbf{50 \text{ N}} \end{aligned}$$



Vidlice působí silou 50 N.

PŘÍKLAD-6

Učebnice F6 (Kolářová, Bohuněk), str. 74 – výkladový příklad

Dívka o hmotnosti **25 kg** sedí ve vzdálenosti **2 m** vpravo od osy otáčení houpačky.

Kam si má sednout chlapec o hmotnosti **40 kg**, aby se mohli dobře houpat?

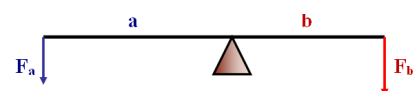
$$m_a = 25 \text{ kg} \rightarrow F_a = 250 \text{ N}$$

$$m_b = 40 \text{ kg} \rightarrow F_b = 400 \text{ N}$$

$$a = 2 \text{ m}$$

$$b = ?$$

$$\begin{aligned} F_a \cdot a &= F_b \cdot b \\ 250 \cdot 2 &= 400 \cdot b \\ b &= 500 : 400 \\ b &= \mathbf{1,25 \text{ m}} \end{aligned}$$



Chlapec se posadí do vzdálenosti 1,25 m vlevo od osy otáčení houpačky.

PŘÍKLAD-7

Chceme nadzvednout těžká vrata v závěsech. Použijeme při tom páku dlouhou **1 m**, jejíž jeden konec opřeme o zem tak, aby vrata spočívala na páce ve vzdálenosti **20 cm** od opěrného bodu. Jakou silou působilme na druhém konci páky, je-li tíha vrat **800 N**?

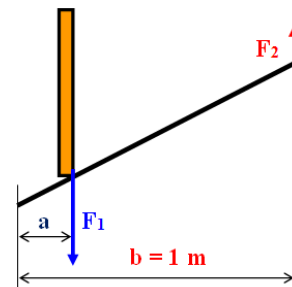
$$a = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$b = 1 \text{ m}$$

$$F_1 = 800 \text{ N}$$

$$F_2 = ?$$

$$\begin{aligned} F_1 \cdot a &= F_2 \cdot b \\ 800 \cdot 0,2 &= F_2 \cdot 1 \\ F_2 &= \mathbf{160 \text{ N}} \end{aligned}$$



Na druhém konci páky působilme silou 160 N.

PŘÍKLAD-8

Na jednom rameni páky působí ve vzdálenosti **a = 24 cm** od osy otáčení síla

F_a = 300 N, na druhém rameni síla **F_b = 96 N**.

V jaké vzdálenosti od osy otáčení síla F_b působí, nastane-li na páce rovnováha?

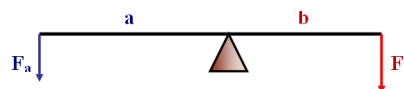
$$a = 24 \text{ cm} = 0,24 \text{ m}$$

$$F_a = 300 \text{ N}$$

$$F_b = 96 \text{ N}$$

$$b = ?$$

$$\begin{aligned} F_a \cdot a &= F_b \cdot b \\ 300 \cdot 0,24 &= 96 \cdot b \\ b &= 72 : 96 \\ b &= 0,75 \text{ m} = \mathbf{75 \text{ cm}} \end{aligned}$$



Síla působí ve vzdálenosti 75 cm od osy otáčení.

PŘÍKLAD-9

Vypočítej velikost síly **F** potřebné k nadzvednutí kolečka, znáš-li:

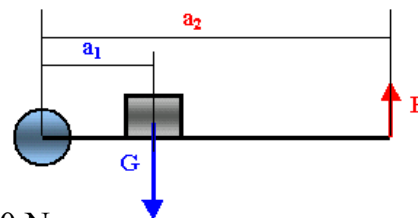
$$G = 600 \text{ N}$$

$$a_1 = 0,4 \text{ m}$$

$$a_2 = 1,6 \text{ m}$$

$$F = ?$$

$$\begin{aligned} G \cdot a_1 &= F \cdot a_2 \\ 600 \cdot 0,4 &= F \cdot 1,6 \\ F &= 240 : 1,6 \\ F &= \mathbf{150 \text{ N}} \end{aligned}$$



K nadzvednutí kolečka je třeba vyvinout sílu o velikosti 150 N.

PŘÍKLAD-10

Jana a Lenka si vyrobily ze **4 metrů** dlouhého prkna houpačku tak, že prkno podepřely uprostřed. Jana s hmotností **36 kg** si sedla na jeden konec.

Kam si musí sednout Lenka o hmotností **45 kg**, aby houpačka byla v rovnováze?

$$\text{Jana} \rightarrow a = 2 \text{ m}$$

$$m_a = 36 \text{ kg} \rightarrow G_a = 360 \text{ N}$$

$$\text{Lenka} \rightarrow m_b = 45 \text{ kg} \rightarrow G_b = 450 \text{ N}$$

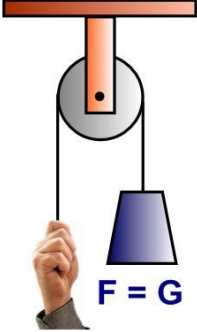
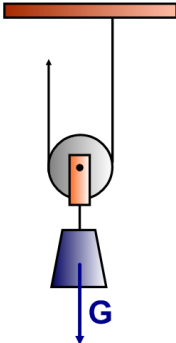
$$b = ?$$

$$\begin{aligned} G_a \cdot a &= G_b \cdot b \\ 360 \cdot 2 &= 450 \cdot b \\ b &= 720 : 450 \\ b &= \mathbf{1,6 \text{ m}} \end{aligned}$$

Lenka si musí sednout 1,6 m od osy otáčení.

KLADKA PEVNÁ, KLADKA VOLNÁ:

KLADKA = Volně otáčivý kotouč s drážkou po obvodu, do níž se vkládá vodící lano nebo řetěz.

| KLADKA PEVNÁ | KLADKA VOLNÁ |
|--|--|
| Pevná kladka je kotouč otáčivý kolem pevné vodorovné osy. | Volná kladka je kotouč volně zavěšený na laně. |
|  $F = G$ |  Vlastní tíhu volné kladky zanedbáváme, anebo ji zahrnujeme do tíhy zvedaného tělesa. |
| Pevná kladka je v rovnováze, pokud na obou koncích lana působí stejně velké síly. | Volná kladka je v rovnováze, pokud na oba konce lana působí síla, která je polovinou tíhy závaží. |
| Pevná kladka se často užívá ke zvedání těles, je však třeba vynaložit stejnou sílu, jako je tíha tělesa. | Volná kladka umožňuje zvedání těles za použití síly, která je ve srovnání s tíhou závaží poloviční. |

KLADKA – VÝPOČTY:

PŘÍKLAD-1

Jakou tahovou sílu musí vyvinout elektromotor nákladního výtahu, jestliže zdvihá dva **50** kilogramové pytle cementu a hmotnost samotné plošiny výtahu je **30 kg**?

$$m = 2 \cdot 50 + 30 = 130 \text{ kg} \rightarrow G = 1\,300 \text{ N}$$

$$F = G = \mathbf{1\,300 \text{ N}}$$

Elektromotor výtahu musí vyvinout tahovou sílu 1300 N.

PŘÍKLAD-2

Na konci lana vedeného přes pevnou kladku je zavěšeno těleso o hmotnosti **30 kg**, hmotnost kladky je **5 kg** a hmotnost lana zanedbáváme.

Jak velkou silou udržíme těleso v rovnováze?

Pozor, chyták! → Hmotnost pevné kladky do výpočtu nezahrnujeme!

$$m = 30 \text{ kg} \rightarrow G = 300 \text{ N}$$

$$F = G = \mathbf{300 \text{ N}}$$

Těleso udržíme v rovnováze silou 300 N.

JEDNODUCHÝ KLADKOSTROJ:

Spojením jedné kladky volné a jedné kladky pevné vznikne

**NEJJEDNODUŠŠÍ
KLADKOSTROJ**

Při zvedání tělesa pomocí kladkostroje se vykoná stejné množství práce jako při zvedání tělesa bez použití kladkostroje.

Výhoda však spočívá v tom, že síla, kterou působíme na konec lana, je rovna polovině tíhy břemene:

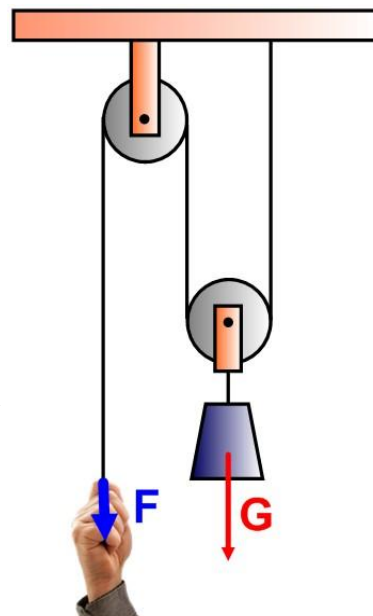
$$F = \frac{G}{2}$$

Pro zlepšení tohoto poměru se řadí do soustavy větší počet kladek → Vždy stejný počet kladek pevných a volných.

Výsledná síla je potom tolikrát menší než tíha tělesa, kolik je celkový počet kladek v kladkostroji:

$$F = \frac{G}{n}$$

Počet kladek v kladkostroji



PŘESNĚJŠÍ FORMULACE JE TATO: Výsledná síla je potom tolikrát menší než tíha tělesa, na kolika laních je zavěšena soustava volných kladek v kladkostroji.

JEDNODUCHÝ KLADKOSTROJ – VÝPOČTY:

PŘÍKLAD-1

Jakou silou udržíme v rovnováze břemeno o hmotnosti **200 kg**, použijeme-li kladkostroj se **4** kladkami a tíha soupravy volných kladek je **120 N**?

$$m_b = 200 \text{ kg} \rightarrow G_b = 2\,000 \text{ N}$$

$$G_k = 120 \text{ N}$$

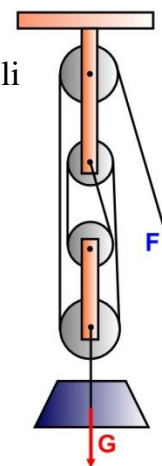
$$G = G_b + G_k = 2\,000 + 120 = 2\,120 \text{ N}$$

$$n = 4$$

ŘEŠENÍ:

$$F = \frac{G}{4} = \frac{2\,120}{4} = 530 \text{ N}$$

Břemeno udržíme v rovnováze silou 530 N.



PŘÍKLAD-2

Sbírka úloh z fyziky pro žáky ZŠ – Mechanika, str. 65, cv. 340

Jakým kladkostrojem lze zvednout náklad o hmotnosti **145 kg** silou **200 N**, jestliže souprava volných kladek má tíhu **150 N**?

$$G = 145 \cdot 10 + 150 = 1\,600 \text{ N}$$

ŘEŠENÍ:

$$F = \frac{G}{n} = \frac{1\,600}{n} = 200 \text{ N}$$
$$n = 1\,600 : 200 = 8$$

Náklad lze zvednout kladkostrojem s osmi kladkami.

PŘÍKLAD-3

Sbírka úloh z fyziky pro žáky ZDŠ – Mechanika, str. 65, cv. 342

Vypočítejte hmotnost tělesa, které udržíme v rovnováze silou **100 N** na kladkostroji se **4** kladkami, je-li tíha soupravy volných kladek **100 N**.

$$\begin{aligned}n &= 4 \\F &= 100 \text{ N} \\G_k &= 100 \text{ N} \\m &= ?\end{aligned}$$

ŘEŠENÍ:

$$F = \frac{G}{n} = \frac{G_k + G_t}{n} = \frac{100 + G_t}{4} = 100$$

Těleso má hmotnost 30 kg.

$$\begin{aligned}\frac{100 + G_t}{4} &= 100 \quad / \cdot 4 \\100 + G_t &= 400 \\G_t &= 300 \text{ N} \\m &= \mathbf{30 \text{ kg}}\end{aligned}$$

PŘÍKLAD-4

Učebnice F6 (Jáchim, Tesař), str. 107, cv. 2

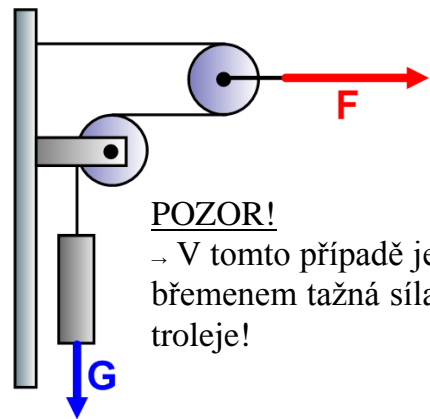
Jakou silou je napínáno lano troleje nad koleji, jestliže hmotnost závaží je **150 kg**?

$$\begin{aligned}m &= 150 \text{ kg} \rightarrow G = 1\,500 \text{ N} \\F &= ?\end{aligned}$$

ŘEŠENÍ:

$$\begin{aligned}G &= \frac{F}{2} = 1\,500 \quad / \cdot 2 \\F &= \mathbf{3\,000 \text{ N}}\end{aligned}$$

Lano troleje je napínáno silou 3 000 N.



POZOR!

→ V tomto případě je břemenem tažná síla troleje!

PŘÍKLAD-6

Vypočítejte hmotnost tělesa, které udržíme v rovnováze silou **250 N** na kladkostroji se **4** kladkami, je-li tíha soupravy volných kladek **100 N**?

$$\begin{aligned}n &= 4 \\F &= 250 \text{ N} \\G_k &= 100 \text{ N} \\m &= ?\end{aligned}$$

ŘEŠENÍ:

$$F = \frac{G}{n} = \frac{G_k + G_t}{n} = \frac{100 + G_t}{4} = 250$$

Těleso má hmotnost 90 kg.

$$\begin{aligned}\frac{100 + G_t}{4} &= 250 \quad / \cdot 4 \\100 + G_t &= 1\,000 \\G_t &= 900 \text{ N} \\m &= \mathbf{90 \text{ kg}}\end{aligned}$$

PŘÍKLAD-7

Nosník o hmotnosti **615 kg** se zvedá kladkostrojem se **6** kladkami. Kolik lidí jej udrží v rovnováze, počítáme-li na každého člověka sílu **350 N** a souprava volných kladek má hmotnost **15 kg**?

$$m = m_k + m_b = 15 + 615 = 630 \text{ kg} \rightarrow G = 6\,300 \text{ N}$$

Nosník udrží v rovnováze 3 lidé.

ŘEŠENÍ:

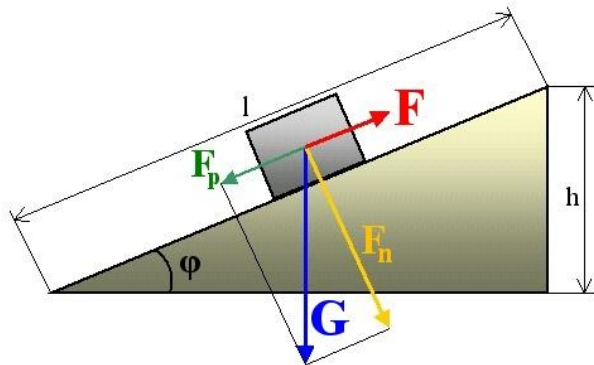
$$F = \frac{G}{n} = \frac{6\,300}{6} = 1\,050 \text{ N}$$

$$\text{Počet lidí} \rightarrow 1\,050 : 350 = \mathbf{3}$$

DODATEK – NAKLONĚNÁ ROVINA:

NAKLONĚNÁ ROVINA = Další jednoduché zařízení sloužící ke zvedání (spouštění) těžkých předmětů.

☞ Nakloněná rovina snižuje sílu potřebnou k vytažení předmětu zejména tehdy, je-li dostatečně dlouhá (má malý sklon) a tření je zanedbatelné.



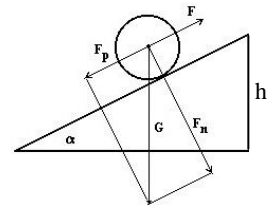
- l** = Délka nakloněné roviny
- h** = Výška nakloněné roviny
- G** = Tíha tělesa
- F** = Síla působící rovnoběžně s nakloněnou rovinou
- F_p** = Pohybová složka tíhy G
- F_n** = Normálová složka tíhy G (kolmá k nakloněné rovině)

☞ Práci konáme, jestliže působením síly přemístíme nějaké těleso po určité dráze.

☞ Při zvedání tělesa do výšky **h** po nakloněné rovině se vykoná stejně velká mechanická práce jako při jeho zvedání ve svislém směru do stejné výšky:

VZTAH PRO ROVNOVÁHU NA NAKLONĚNÉ ROVINĚ:

$$\boxed{F \cdot l = G \cdot h} \Rightarrow \boxed{F = \frac{h}{l} \cdot G}$$



☞ Jako u všech jednoduchých strojů i v případě nakloněné roviny se působí menší silou po větší dráze.

NAKLONĚNÁ ROVINA – VÝPOČTY:

PŘÍKLAD-1

Na prkně dlouhém **4 m**, jehož jeden konec je na zemi a druhý je uchycen ve výšce **60 cm**, je sud s hmotností **120 kg**. Jak velkou silou jej udržíme v rovnováze?

$$l = 4 \text{ m}$$

$$h = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$$

$$m = 120 \text{ kg} \rightarrow G = 1\,200 \text{ N}$$

$$F = ?$$

$$F = \frac{h}{l} \cdot G = \frac{0,6}{4} \cdot 1\,200 = \mathbf{180 \text{ N}}$$

Sud udržíme v rovnováze silou 180 N.

PŘÍKLAD-2

Použitím silné fošny o délce **8 m** se má zvednout těleso o tíze **1000 N** do výše **2 m**. Jak velké síly je k tomu zapotřebí (tření zanedbáváme)?

$$l = 8 \text{ m}$$

$$h = 2 \text{ m}$$

$$G = 1000 \text{ N}$$

$$F = ?$$

$$F = \frac{h}{l} \cdot G = \frac{2}{8} \cdot 1\,000 = \mathbf{250 \text{ N}}$$

Těleso je třeba zvedat silou 250 N.

PŘÍKLAD-3

Horská lanová dráha má délku **3,2 km** a výšku **645 m**. Jakou silou je tažen vůz o tíze **12 000 N**, obsazený dvaceti cestujícími o průměrné tíze **700 N**?

Předpokládáme, že na vůz působí stálá tahová síla **F**.

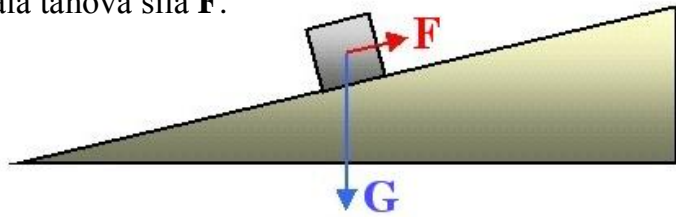
Tření zanedbáváme.

$$l = 3,2 \text{ km} = 3\,200 \text{ m}$$

$$h = 645 \text{ m}$$

$$G = 12\,000 + 20 \cdot 700 = 26\,000 \text{ N}$$

$$F = ?$$



$$F = \frac{h}{l} \cdot G = \frac{645}{3\,200} \cdot 26\,000 = 5\,240,625 \text{ N} \doteq \mathbf{5,24 \text{ kN}}$$

Vůz lanové dráhy je tažen silou přibližně 5,24 kN.

PŘÍKLAD-4

Těleso o hmotnosti **100 kg** se má zvednout po nakloněné rovině do výšky **2,5 m** působením síly **400 N**.

Jak dlouhou nakloněnou rovinu zvolíme? Tření zanedbáváme.

$$h = 2,5 \text{ m}$$

$$m = 100 \text{ kg} \rightarrow G = 1000 \text{ N}$$

$$F = 400 \text{ N}$$

$$l = ?$$

$$\mathbf{F \cdot l = G \cdot h \Rightarrow l = \frac{G}{F} \cdot h}$$

$$l = \frac{G}{F} \cdot h = \frac{1\,000}{400} \cdot 2,5 = 2,5 \cdot 2,5 = \mathbf{6,25 \text{ m}}$$

Nakloněná rovina bude mít délku 6,25 m.